

Муниципальное общеобразовательное учреждение  
Средняя образовательная школа №1

Реферативно-исследовательский  
проект

# Интересные случаи умножения

Выполнила проект: Мигунова Анастасия  
ученица 5в класса  
МОУ СОШ №1

Руководитель: Киселева Т.С.,  
учитель математики

## Оглавление

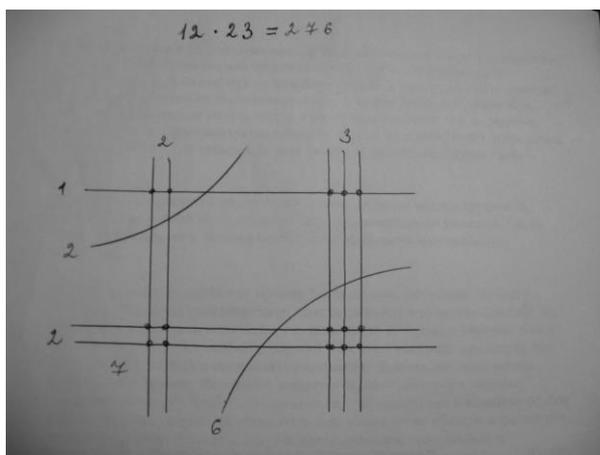
I. Введение.....	3
II. Логические задачи	
1. Арифметика...есть основание всей математики.....	4
2. Как возникло слово «математика».....	4
3. Приёмы устного счёта.	
3.1. Умножение двузначных чисел на 11.....	6
3.2. Исследование.....	6
3.3. Занимательное умножение.....	7
4. Интересные случаи умножения	
4.1. Все девять значащих цифр.....	9
4.2. Цифровые совпадения.....	9
4.3. Куда ни читай, а все квадрат получается.....	9
4.4. Задача о десяти цифрах.....	10
4.5. Числа 567 и 854.....	10
4.6. Девять цифр до и после знака равенства.....	10
4.7. Сложение и умножение даёт одинаковый результат.....	11
III. Заключение.....	11
IV. Литература.....	12

## I. Введение

Счёт и вычисления – основа порядка в голове

*Иоганн Генрих Песталлоцкий (1746 – 1827), швец. педагог*

Как-то на уроке математики мы увидели интересный способ умножения чисел.



Он так мне понравился, что я дома решила много примеров, чтобы проверить верность этого способа. Конечно, обычный способ умножения короче, но этот пример не оставил меня в покое. Здесь уместны высказывания о математике современного ученого, экономиста П.Д. Козн: «Разумеется, хорошая математика красива».

### Гипотеза:

На основании анализа данного выражения утверждаем, что можно найти много примеров, с помощью которых уместно говорить о математике, как о красивой науке.

### Цель:

Построить математическую модель, описывающую красоту действий умножения и сложения. На основе модели этой задачи найти другие похожие задачи.

### Задачи исследования.

1. Найти примеры на умножение и сложение такие, что в них участвуют по одному разу все девять значащих цифр.
2. Найти примеры на умножение и сложение такие, что при выполнении действий они дают одинаковый результат.
3. Найти красивые примеры на умножение и сложение

Объектом исследования являются математические действия: сложение и умножение.

Предметом исследования являются числа: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

## **1. Арифметика...есть основание всей математики**

Арифметика (от греч. слов  $\alpha\rho\iota\theta\mu\omicron\upsilon\varsigma$  - число и  $\tau\epsilon\kappa\eta\eta$  - искусство) - часть математики, которая занимается изучением свойств определенных конкретных величин; в более тесном смысле Арифметика. есть наука о числах, выраженных цифрами, и занимается действиями над числами.

С арифметики, науки о числе, начинается наше знакомство с математикой. Один из первых русских учебников арифметики был написан Л. Ф. Магницким в 1703 г. Этот учебник начинался словами: «Арифметика или числительница, есть художество честное, независтное, и всем удобнопонятное, многополезнейшее и многохвальнейшее, от древнейших же и новейших, в разныи времена живших изряднейших арифметиков, изобретенное и изложенное».

С арифметикой мы входим, как говорил М. В. Ломоносов, во «врата учености» и начинаем наш долгий и нелегкий, но увлекательный путь познания мира.

Отличное знание арифметики необходимо каждому человеку независимо от его занятий.

В жизни нас постоянно окружают разные предметы: в помещении – стены, окна, двери, мебель; на улице – дома, автомашины, трамваи, деревья и т. д. Эти предметы имеют вес, объем и форму.

Для изучения размеров тел, их формы и расположения люди создали большую и очень важную науку – математику. Математика как наука создана не одним человеком, а всеми людьми и не сразу, а постепенно, в течение многих тысяч лет. Арифметика является частью математики, она возникла раньше всех других разделов математики и является одной из самых древних наук.

## **2. Как возникло слово « математика»**

Слово « математика» возникло в Древней Греции примерно в V веке до н. э.

Происходит оно от слова « матема» - « учение», « знания, полученные через размышления». Древние греки знали четыре « матемы»:

- учение о числах (арифметика);
- теорию музыки (гармонию);
- учение о фигурах и измерениях (геометрию);
- астрономию и астрологию.

В древней науке существовало два направления.

Представители первого из них, возглавляемые Пифагором, считали знания, предназначенными только для посвящённых. Никто не имел права делиться своими открытиями с посторонними. Последователи этого направления назывались акузматиками (акузма – священное изречение).

Второе направление возглавлял Гиппас Метапонтский. Последователи Гиппоса, напротив, считали, что математика доступна всем. Кто способен к продуктивным размышлениям. Они называли себя математиками. Победило второе направление.

Некоторые арифметические понятия возникли еще в первобытнообщинном обществе. В дальнейшем, с развитием человеческого общества, в течение многих тысячелетий, постепенно накапливались и развивались математические навыки и знания. О первых шагах арифметики можно узнать, изучая языки разных народов, данные археологических раскопок и т.д. А также можно до некоторой степени судить о том, как развивалась арифметика, изучая арифметические сведения у племен Африки, Азии и Америки, стоящих на низкой ступени развития.

Арифметические познания у отсталых племен сводятся обычно только к счету. Выдающийся русский ученый-путешественник Н.Н. Миклухо-Маклай (1846-1888) описал, как считали папуасы с островов Новой Гвинеи:

«Излюбленный способ счета состоит в том, что папуас загибает один за другим пальцы руки, причем издает определенный звук, например «бе, бе, бе»... Досчитав до пяти, он говорит «ибон-бе» (рука). Затем он загибает пальцы другой руки, снова повторяет «бе, бе...», пока не доходит до «ибон-али» (две руки). Затем он идет дальше, приговаривая «бе, бе...», пока не доходит до «самба-бе» и «самба-али» (одна нога, две ноги). Если нужно считать дальше, папуас пользуется пальцами рук и ног кого-нибудь другого».

На первых порах развития человеческого общества, когда человеку не требовались большие числа, люди для счета вполне обходились пальцами одной руки, потом двух, потом пальцами рук и ног.

Позже, с развитием человеческого общества, все чаще возникала необходимость пересчитывать такое количество предметов, на которое пальцев не хватало.

Постепенно были придуманы новые приемы счета. Африканские негры, например, считают на камешках и орехах и каждый раз, когда доходят до 5, складывают их отдельно в маленькую кучку. Жители некоторых островов Тихого океана ведут счет на кокосовых черешках, откладывая маленький черешок каждый раз, как они доходят до 10, и большой, – когда доходят до 100.

Прошли еще многие тысячи лет. Развились обмен и торговля, которые потребовали от людей новых навыков в счете, в действиях с числами.

Так постепенно возникла та арифметика, которую мы изучаем.

Сейчас арифметика является частью (началом) большой и очень важной науки – математики. Без знания математики нельзя правильно построить дом, машину, станок, составить план местности, нельзя подсчитать урожай, определить размер вспахиваемого поля и т.д.

Нет такой области знаний, где бы математика не применялась. А чтобы знать математику, надо хорошо знать арифметику.

### **3. Приёмы устного счёта**

#### **3.1. Умножение двузначных чисел на 11**

При умножении двузначного числа на 11 возможны два случая.

1. Сумма цифр числа, умножаемого на 11, меньше 10. В этом случае надо между ними вставить их сумму:

$$17 \times 11 = 1(1+7)7 = 187; 81 \times 11 = 8(8+1)1 = 891.$$

2. Сумма цифр числа, умножаемого на 11, больше 9. В этом случае надо между ними вставить количество единиц в сумме цифр данного числа, а первую цифру множимого числа увеличить на 1:

$$28 \times 11 = (2+1)08 = 308; 94 \times 11 = (9+1)34 = 1034.$$

#### **3.2. Исследования:**

##### **1) Умножение трёхзначных чисел на 111**

1. При умножении трехзначного числа на 111 возможны два случая: сумма цифр числа, умножаемого на 11, меньше 10.

$$111 \times 111 = 12321, \text{ то есть } 1(1+1)(1+1+1)(1+1)1 = 12321 \text{ или другой пример}$$

$$123 \times 111 = 1(1+2)(1+2+3)(2+3)3 = 13653$$

В этом случае в ответе надо записать на первое и последнее место по 1, между ними вставить на второе и предпоследнее место сумму десятков и сотен, сумму единиц и десятков, а в середину сумму всех трех цифр.

2. Сумма цифр числа, умножаемого на 111, больше 9.

$$345 \times 111 = 38295$$

Здесь удобнее произведение записывать с права налево: сначала единицы, потом сумму единиц и десятков, затем сумму десятков и сотен. Если эти суммы дают двузначное число,

то единицы записываем , а число десятков складываем со следующей суммой, и наконец, записываем число сотен .

## 2). Умножение четырехзначного числа на 1111

1. При умножении четырехзначного числа на 1111 возможны два случая: сумма цифр числа, умножаемого на 1111, меньше 10.

$1111 \times 1111 = 1234321$  умножается так же, как и в предыдущем случае.

2. Сумма цифр числа, умножаемого на 1111, больше 9. Здесь также удобнее произведение записывать с права налево: сначала единицы, потом сумму единиц и десятков, затем сумму единиц, десятков и сотен, далее сумму единиц, десятков, сотен и тысяч, далее сумму десятков, сотен и тысяч, далее сумму сотен и тысяч, и наконец тысячи. Если эти суммы дают двузначное число, то единицы записываем, а число десятков складываем со следующей суммой, и наконец, записываем число сотен.

$1234 \times 1111 = 1370974$

Исследуя произведения дальше, мы пришли к выводу, что умножение уже усложняется, исследование показалось неинтересным. Но результат некоторых примеров оказался замечательным.

$$1 \times 1 = 1$$

$$11 \times 11 = 121$$

$$111 \times 111 = 12321$$

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

$$11111 \times 11111 = 123454321$$

$$111111 \times 111111 = 12345654321$$

$$1111111 \times 1111111 = 1234567654321$$

$$11111111 \times 11111111 = 123456787654321$$

$$111111111 \times 111111111 = 12345678987654321$$

### 3.3.Занимательное умножение

$$a) 1 \times 9 + 2 = 11$$

$$12 \times 9 + 3 = 111$$

$$123 \times 9 + 4 = 1111$$

$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$

$$12345 \times 9 + 6 = 111111$$

$$123456 \times 9 + 7 = 1111111$$

$$б) 9 \times 9 + 7 = 88$$

$$98 \times 9 + 6 = 888$$

$$987 \times 9 + 5 = 8888$$

$$9876 \times 9 + 4 = 88888$$

$$98765 \times 9 + 3 = 888888$$

$$987654 \times 9 + 2 = 8888888$$

$$9876543 \times 9 + 1 = 88888888$$

$$98765432 \times 9 + 0 = 888888888$$

А вот просто красивый пример на умножение:

$$12345679 \times 8 = 98765432$$

Впрочем, подобных примеров довольно много и они не менее красивы:

$$12345679 \times 9 = 111111111$$

## 4. Интересные случаи умножения

### 4.1. Все девять значащих цифр

1.  $12 \times 483 = 5796$

Этот пример замечателен тем, что в них участвуют по одному разу все девять значащих цифр.

Имеется еще 8 случаев такого умножения:

$$42 \times 138 = 5796$$

$$48 \times 159 = 7632$$

$$18 \times 297 = 5346$$

$$28 \times 157 = 4396$$

$$27 \times 198 = 5346$$

$$4 \times 1738 = 6952$$

$$39 \times 186 = 7254$$

$$4 \times 1963 = 7852$$

2. Число 1026753849

Число 1 026 753 849 - наименьший квадрат, содержащий все десять цифр от 0 до 9, причем каждую цифру - лишь по одному разу.

$$1\ 026\ 753\ 849 = 32\ 043^2$$

3. Число 9814072356

Число 9 814 072 356 - наибольший квадрат, содержащий все десять цифр от 0 до 9, причем каждую цифру - лишь по одному разу.

$$9\ 814\ 072\ 356 = 99\ 066^2$$

#### 4.2. Цифровые совпадения

Произведение и сумма некоторых чисел дает в результате числа, состоящие из одинаковых цифр:

$$\begin{aligned} 9 \times 9 &= 81 & 18 &= 9 + 9; \\ 2 \times 47 &= 94 & 49 &= 2 + 47; \\ 3 \times 24 &= 72 & 27 &= 3 + 24; \\ 2 \times 497 &= 994 & 499 &= 2 + 497; \\ 2 \times 263 &= 526 & 265 &= 2 + 263. \end{aligned}$$

Вообще, вводя девятки после первой цифры чисел из двух последних примеров, можно получить минимум два аналогичных результата при любом желаемом числе цифр:

$$\begin{aligned} 2 \times 4997 &= 9994 & 4999 &= 2 + 4997; \\ 2 \times 2963 &= 5926 & 2965 &= 2 + 2963. \end{aligned}$$

#### 4.3. Куда ни читай, а все квадрат получается (да и квадрат-то тоже можно в любую сторону читать)

$113^2=12769$		$96721=311^2$
$112^2=12544$		$44521=211^2$
$122^2=14884$		$48841=221^2$
$1212^2=1468944$		$4498641=2121^2$
$1112^2=1236544$		$4456321=2111^2$

#### 4.4. Задача о десяти цифрах

Существует четыре числа, составленных из всех десяти цифр, таким образом, что эти числа делятся на все числа от 2 до 18:

$$2\ 438\ 195\ 760;$$

$$3\ 785\ 942\ 160;$$

$$4\ 753\ 869\ 120;$$

$$4\ 876\ 391\ 520.$$

#### 4.5. Числа 567 и 854

Данные числа и только они содержат вместе со своими квадратами по одному и только одному разу каждую из девяти цифр, исключая нуль.

$$567^2 = 321\ 489;$$

$$854^2 = 729\ 316.$$

Используя каждую из девяти цифр, исключая нуль, один и только один раз, составим простые числа таким образом, что сумма этих чисел была минимальной. Эта сумма равна 207.

$$207 = 2 + 3 + 5 + 47 + 61 + 89$$

#### 4.6. Девять цифр до и после знака равенства

Если 32 547 891 умножить на 6 (таким образом, в данной операции использованы все девять цифр от 1 до 9), то получится произведение, равное 195 287 346, также содержащее девять цифр по одному разу. Еще примеры такого рода:

$$94\ 857\ 312 \times 6 = 569\ 143\ 872;$$

$$89\ 745\ 321 \times 6 = 538\ 471\ 926;$$

$$98\ 745\ 231 \times 6 = 592\ 471\ 386.$$

#### 4.7. Сложение и умножение дает одинаковый результат

Существуют пары чисел, которые при сложении и умножении дают одинаковый результат, например: 1,1 и 11.

$$1,1 + 11 = 1,1 \times 11 = 12,1$$

Впрочем, подобных чисел бесконечно много:

$$2 + 2 = 2 \times 2 = 4;$$

$$6 + 1,2 = 6 \times 1,2 = 7,2;$$

$$26 + 1,04 = 26 \times 1,04 = 27,04.$$

Вообще, для любого  $n$  парное ему число  $m$ , удовлетворяющее описанному свойству, можно вычислить по формуле

$$m = n/(n - 1) = (n + 1) + 1/(n - 1).$$

### III. Заключение

Мой любимый предмет - математика. На первый взгляд, кажется, что она не имеет никакого отношения к нашей жизни, но на самом деле это не так. Без математики не может обойтись ни одна современная наука. Конечно, в первую очередь, это точные науки, где математические формулы помогают описывать многие явления. Но, кроме того, математика нужна во многих гуманитарных науках, например, в истории, в лингвистике. Знание математики помогает и при выполнении сложнейших физических расчетов, и в жизненных ситуациях.

Многие называют математику скучной наукой. Сегодня я не скажу так. Я поняла, чем больше занимаешься математикой, тем больше интересного встречаешь в ней.

Зачем 2 умножают на 2, если сложение дает тот же результат? - есть ответ...

В нашем случае даже умножение производится проще некуда. Вот эту простоту и пытаются подчеркнуть словами "как дважды два".

## IV. Литература

1. Дьюдени Г.Э. 520 головоломок. М., "Мир", 1975.
2. Хонсбергер Р. Математические изюминки. М., Наука, 1992. (Библиотечка "Квант". Вып 83).
3. Фридман Л.М. Изучаем математику: Кн. для учителя 5 – 6 кл. общеобразоват. учреждений. – М., Просвещение, 1995.
4. <http://www.skillopedia.ru/material.php?id=163>
5. <http://www.kiwi.kz/watch/f1528pdzb18c>