МБОУ СОШ № 1

Профильный класс 11-г

Тема: **«Функциональный подход к решению уравнений и неравенств»**

Урок № 6

Учитель: Киселёва Т.С.

2014г.

Урок № 6

Тема: Решение уравнений и неравенств с использованием свойств функции.

Цель: 1. Продолжить формирование умения решать уравнения и неравенства, используя функциональный подход.

2. Формировать эвристические приёмы умственной деятельности, способствующие развитию исканий, исследований, творческих устремлений.

3. Воспитать у учащихся желание решать задачи: нестандартные задачи, интересные задачи, задачи, решение которых принесёт пользу и удовлетворение.

Ход урока

1) Организационный момент.

«Лучший способ отыскать хорошую идею – найти много идей», - так сказал Лайнус Полинг. При решении наших задач мы сможем работать продуктивно и научимся находить идеи, которые помогут нам решать задачи по – новому. На вступительном экзамене в вуз такие задачи встречаются очень часто из – за их диагностической и прогностической ценности. Поэтому мы и начинаем свой урок с решения уравнений и неравенств с использованием свойств функции.

2) Проверка домашнего задания.

№61, №63.Показать решение задачи №61 на доске. *(Вызываю к доске ученика.)*

№61.

Решить уравнение:

$$x^4 + 5 \cdot 4^x + 4x^2 \cdot 2^x - 2 \cdot 2^x + 1 = 0.$$

Решение :

$$\left(x^2 + 2 \cdot 2^x\right)^2 + \left(2^x - 1\right)^2 = 0,$$

$$\begin{cases} 2^x - 1 = 0, \\ x^2 + 2 \cdot 2^x = 0. \end{cases}$$

Первое уравнение этой системы имеет единственное решение: x = 0, которое не удовлетворяет второму уравнению системы. Следовательно, система не имеет решений, а значит, исходное уравнение не имеет корней.

Ответ: корней нет.

3) Тренировочные упражнения:

(Пока ученик оформляет домашнюю задачу на доске, остальные учащиеся решают устные задачи)

Устные упражнения.

Решить уравнения:

а)

$\sqrt{2-x}=\log_5(x-2).$ *(решает ученик2)*

$2-x\geq 0,$
$-x\geq -2,$
$x\leq 2$

$x-2.>0,$
$x>2.$

Ответ: корней нет.

б) $|x-1|+||2x+1||\leq 0.$ *(решает ученик3)*

$$\begin{cases} x-1=0,\\ 2x+1=0.\end{cases}$$

Ответ: нет корней.

в) $\sqrt{2-x}+\sqrt{x-4}<1.$ *(решает ученик4.)*

$2-x\geq 0,$
$-x\geq -2,$
$x\leq 2.$

$x-4\geq 0,$
$x\geq 4.$

Ответ: корней нет.

Вывод:

Иногда знания области определения позволяют доказать, что уравнение или неравенство не имеет решений, а иногда позволяет найти решение уравнения или неравенства непосредственной подстановкой чисел из области определения.

(После проверки домашнего примера, все отвечающие получают индивидуальные карточки с заданиями)

Карточки – задания:

№ 1. Решить неравенство: $\log_5 x<\sqrt{1-x^4}.$

№ 2. Решить уравнение: $\sqrt[4]{18-x}-\sqrt[4]{x-2}=2.$

№ 3. Решить уравнение: $2\cos 2x+3\cos\frac{3}{4}x=5.$

№4. $\sqrt{|\sin x|}=\sqrt{-|\sin x|}+tgx.$

Письменные упражнения: (вызванные ученики решают на доске, все остальные – в тетрадях)

№36. Решить неравенство: *(решает ученик5)*

$$(\sqrt{x^2-5x+6}+1)\log_3\frac{2x}{5}+\frac{1}{x}\sqrt{10x-2x^2-12}<0.$$

Найдём область определения неравенства:

$$\begin{cases} x^2 - 5x + 6 \ge 0, \\ x > 0, \\ 10x - 2x^2 - 12 \ge 0. \end{cases}$$ x = 2, x =3.

После проверки выясняется, что лишь x = 2 является решением неравенства.

№ 52. Решить неравенство: *(решает ученик6)*

$2^x + 3^x + 4^x < 3.$

Каждая из функций $f(x) = 2^x, g(x) = 3^x, h(x) = 4^x$ непрерывны и строго возрастающие на всей числовой оси. Значит, такой же является и исходная функция $y = 2^x + 3^x + 4^x$, то есть, каждое своё значение она принимает ровно один раз. Легко видеть, что при x =0 функция y =3. В силу непрерывности и монотонности этой функции при x > 0 функция принимает значения большие 3, а при x < 0 имеем $2^x + 3^x + 4^x < 3$. Следовательно, решениями исходного неравенства являются все x < 0.

Ответ: x < 0.

№ 49. Решить уравнение. *(решает ученик7)*

$\sin(x^2 + 2x + 3) = x^2 + 2x + 3.$

Решение

Для любого действительного числа x имеем:

$\sin(x^3 + 2x^2 + 1) \le 1.$

$x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2 \ge 2.$

Поскольку, для любого значения x левая часть уравнения не превосходит единицы, а правя часть всегда не меньше двух, то денное уравнение не имеет решений.

Ответ: нет корней.

№ 37. При каких значениях *a* уравнение $ax^2 + \sin^2 x + a^2 - a = 0$ имеет единственное значение. *(решает ученик8)*

Решение:

В этой задаче – новое направление исследований – (свойство чётности функции)

Рассмотрим функцию $f(x) = ax^2 + \sin^2 x + a^2 - a$. Она чётная, следовательно, график симметричен относительно оси ординат. Если x_0 решение уравнения, то $-x_0$ тоже решение уравнения. Следовательно, единственным может быть только решение x = 0.

Подставим x = 0 в исходное уравнение, получим:

$a^2 - a = 0,$

$a(a-1) = 0,$

$a = 0, a = 1.$

Среди $a = 0, a = 1$ есть решение x =0. Проверим, является ли оно единственным:

$a = 0$

$\sin^2 x = 0,$

$\sin x = 0,$

$x = \pi k, k \in Z.$

-не удовлетворяет условию единственности.

$a = 1.$

$x^2 + \sin^2 x = 0,$

$\begin{cases} x = 0, \\ \sin x = 0; \end{cases}$

$x = 0. -$ *единственный*

Ответ: x = 0.

4) Выставление оценок.

5) Задание на дом:

№38 Может ли при каком-нибудь значении a уравнение $2x^8 + 3ax^6 + 4x^4 - ax^2 = 5$ иметь 5 корней?

№47 Решить неравенство: $\sqrt{x+3} + \sqrt[4]{9-x} < \sqrt{3}.$

№44

Решить уравнение: $\sqrt{x} + \sqrt{x+3} = 6 - \sqrt{x+8}.$

6) Итог урока:

Можно очень долго возиться с данными уравнениями и неравенствами, избавляясь от радикалов, модулей, тригонометрических функций, но всё время будут получаться более сложные уравнения и неравенства, чем исходные. Однако, используя различные свойства функции, можно решить их намного проще и красивее.