

Муниципальное бюджетное общеобразовательное

учреждение школа №1

## **МАТЕМАТИКА**

**Основные приемы решения задания №22 ОГЭ**

Т.С. Киселева

Киселева Т.С.  
Математика. Основные приемы решений  
задания №22 ОГЭ.  
г. Кулебаки, МБОУ школа№1, 2018.

В методическом пособии приведены решения  
текстовых задач. Материал может быть использован  
для подготовки к экзаменам ОГЭ в 9 классе и  
ЕГЭ в 11 классе.

## **От автора**

Одной из основных методических линий в курсе математики является линия обучения учащихся умению решать текстовые задачи. Текстовые задачи играют важную роль в формировании логического мышления и математической культуры у школьников, но их решение вызывает у них значительные трудности.

## **Тип задания по кодификатору**

Построение и исследование простейших математических моделей: моделирование реальной ситуации на языке алгебры, составление уравнения или неравенства по условию задачи; исследование построенной модели с использованием аппарата алгебры.

## **Характеристика задания**

Традиционная «текстовая» задача (на движение, работу и т.п.), сводящаяся к составлению и решению уравнения.

## **Комментарий**

В качестве неизвестной, как правило, лучше выбирать искомую величину. Составленное уравнение является рациональным и сводится в большинстве случаев к квадратному или линейному.

В пособии рассмотрены задачи и их решения.

## **План решения задач**

### **1. Анализ текста задачи:**

- внимательное чтение задачи;
- выделение вопроса задачи и ее условия;
- оформление краткой записи текста задачи;
- выполнение чертежей, рисунков, таблиц по тексту задачи;
- поиск способа решения задачи;
- составление математической модели.

### **2. Решение математической модели:**

- оформление найденного способа решения задачи;
- оформление решения в таблице;
- запись результата решения математической модели.

### **3. Ответ на вопрос задачи:**

- изучение найденного решения математической модели;
- сопоставление решения математической модели с вопросом задачи;
- запись обоснованного ответа;
- контроль найденного решения задачи;
- оценка результатов решения.

## **Основные типы задач в ОГЭ**

1. Задачи на движение.

2. Задачи на работу.

3. Задачи на смеси, сплавы и процентное содержание влаги.

## §1. Задачи на движение

Основными типами задач на движение являются:

- задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку);
- задачи на движение по замкнутой трассе;
- задачи на движение по воде;
- задачи на среднюю скорость;
- задачи на движение протяжённых тел.

При решении таких задач строим таблицу:

	Скорость	Время	Расстояние
1			
2			

Применяем формулы:

$$\text{путь} = \text{скорость} \times \text{время};$$

$$S = v \cdot t$$

$$\text{скорость} = \frac{\text{путь}}{\text{время}};$$

$$v = \frac{S}{t}$$

$$\text{время} = \frac{\text{путь}}{\text{скорость}}.$$

$$t = \frac{S}{v}$$

### 1) Задачи при движении навстречу (сближение)

$$\text{Скорость сближения} = \text{скорость}_1 + \text{скорость}_2$$

$S$  – пройденный путь,  $t$  – время,  $v_1$  – скорость первого,  $v_2$  – скорость второго.

$$t = \frac{S}{v_1 + v_2} \qquad S = (v_1 + v_2) \cdot t$$

**Задача 1.** Расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно 610 км. Из города  $A$  в город  $B$  со скоростью 80 км/ч выехал автомобиль, а через 2 ч. после этого навстречу ему из города  $B$  выехал со скоростью 70 км/ч второй автомобиль. Через сколько часов после выезда второго автомобиля они встретятся?

### Решение

- 1)  $80 \cdot 2 = 160$  км/ч – проехал первый автомобиль.
  - 2)  $610 - 160 = 450$  км – осталось проехать.
  - 3)  $80 + 70 = 150$  км/ч – скорость сближения.
  - 4)  $450 : 150 = 3$  ч – время до встречи.
- Ответ: 3 ч.

### 2) Задачи при движении вдогонку (сближение)

*Скорость сближения = скорость  $v_1$  – скорость  $v_2$*

$S$  – станет путь,  $t$  – время сближения,  $v_1$  – скорость первого,  $v_2$  – скорость второго.

$$t = \frac{S}{v_1 - v_2}$$

**Задача 2.** Расстояние между двумя станциями 40 км. Из этих станций одновременно в одном направлении вышли скорый и товарный поезда, причем товарный поезд едет впереди. Через сколько часов скорый поезд догонит товарный, если его скорость равна 80 км/ч, а скорость товарного поезда – 60 км/ч?

**Решение**

	<b>Скорость, км/ч</b>	<b>Время, ч</b>	<b>Расстояние, км</b>
сближение	$(80 - 60) = 20$		40

1)  $80-60=20$ км/ч скорость сближения поездов

2)  $40:20=2$ ч через такое время скорый поезд догонит товарный.

Ответ: 2ч.

**3) Задачи при движении (удаление)**

*Скорость удаления = скорость  $v_1$  – скорость  $v_2$*

$S$  – расстояние между ними,  $t$  – время удаления,  $v_1$  – скорость первого,  $v_2$  – скорость второго.

$$S = (v_1 - v_2) \cdot t; \quad t = \frac{S}{v_1 - v_2}.$$

**Задача 3.** Два пешехода отправляются из одного и того же места в одном направлении на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1км/ч больше скорости другого. Через сколько минут расстояние станет равным 300м?

## Решение

	Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км
удаление	1		0,3

1)  $300\text{м} = 0,3\text{км}$  – расстояние удаления.

2) Скорость первого на  $1\text{км/ч}$  больше скорости другого, значит это скорость удаления.

$1\text{км/ч}$  – скорость удаления пешеходов.

3)  $0,3:1=0,3\text{ч}$  – время удаления в часах.

4)  $0,3 \cdot 60\text{мин} = 18\text{мин}$  – время удаления.

Ответ:  $18\text{ мин}$ .

### 4) Задачи на среднюю скорость

Средняя скорость  $v$ , весь пройденный путь  $S$ , всё время –  $t$

$$v = \frac{S}{t}$$

**Задача 4.** Путешественник переплыл море со средней скоростью  $20\text{км/ч}$ . Обрато он летел на спортивном самолете со скоростью  $480\text{км/ч}$ . Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути.

Ответ дайте в км/ч.

## Решение

	Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км
1	20	$\frac{S}{20}$	$S$
2	480	$\frac{S}{480}$	$S$

1. Пусть расстояние, которое он проплыл на море  $S$  км/ч, тогда время движения по морю равно  $\frac{S}{20}$  ч. Такое же расстояние  $S$  км он летел на самолете, и время его полета равно  $\frac{S}{480}$  ч.

2. Всего он потратил на своё путешествие  $\frac{S}{20} + \frac{S}{480}$  или  $\frac{2S}{t}$  ч.

3. Уравнение:

$\frac{S}{20} + \frac{S}{480} = \frac{2S}{t}$  Поделим обе части уравнения на  $S$  и

получим:

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{480} = \frac{2}{t}$$

$$25t = 960$$

$$t = 38,4$$

4. Всего он потратил на своё путешествие 38,4ч.

5.  $480 \cdot 2 = 960$  км – весь путь

6.  $\frac{960}{38,4} = \frac{9600}{384} = 25$  км/ч – средняя скорость

путешественника.

Ответ: 25км/ч.

### 5) Задачи на движение по замкнутой трассе

**Задача 5.** Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 10км, одновременно в одном направлении

стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна  $90 \text{ км/ч}$ , и через  $40 \text{ мин.}$  после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите среднюю скорость второго автомобиля.

### Решение

	Скорость, км/ч	Время, мин	Расстояние, км
удаление	$90-x$	40	10

Пусть скорость второго автомобиля  $x \text{ км/ч}$ . Тогда скорость удаления автомобилей равна

$(90-x) \text{ км/ч}$ . Так как он удалился на 1 круг, длина которого  $10 \text{ км}$ , то путь удаления равен  $10 \text{ км}$ .

Время удаления равно  $\frac{10}{90-x} \text{ ч}$  или  $40 \text{ мин} = \frac{2}{3} \text{ ч}$ .

Уравнение:

$$\frac{10}{90-x} = \frac{2}{3},$$

$$10 \cdot 3 = (90-x) \cdot 2,$$

$$30 = 180 - 2x,$$

$$2x = 180 - 30,$$

$$2x = 150,$$

$$x = 75.$$

Значит скорость второго автомобиля  $75 \text{ км/ч}$ .

Ответ:  $75 \text{ км/ч}$ .

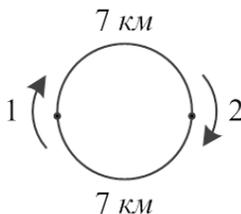
**Задача №99596.** Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой

равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

### Решение

	Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км
сближение	21		7

Время, через которое мотоциклисты поравняются в первый раз – время удаления мотоциклистов. Если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого, значит скорость удаления мотоциклистов равна 21 км/ч.



$$1) 7 : 21 = \frac{7}{21} = \frac{1}{3} \text{ ч} = \frac{1}{3} \cdot 60 \text{ мин} = 20 \text{ мин} - \text{время удаления}$$

мотоциклистов.

Ответ: 20 мин.

**Задача № 353530.** Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя 1 ч, когда одному из них оставалось 1 км до окончания первого круга,

ему сообщили, что второй бегун прошёл первый круг  $15\text{мин}$  назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на  $6\text{км/ч}$  меньше скорости второго.

### Решение

	<b>Скорость, км/ч</b>	<b>Время, ч</b>	<b>Расстояние, км</b>
1 бегун	$x$	$1$	$1 \cdot x$
2 бегун	$x+6$	<i>На 15мин меньше</i>	$\frac{3}{4} \cdot (x+6)$
удаление			$1$

2 бегун прошел больше на  $1\text{км}$ .

Пусть  $x\text{ км/ч}$  – скорость первого бегуна, тогда  $(x+6)\text{км/ч}$  – скорость второго бегуна. Из условия известно, что второй бегун пробежал круг на  $15\text{мин}$  быстрее, то есть,

за  $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  ч, при этом через час после старта первому

бегу ну оставался  $1\text{км}$  до окончания первого круга, значит расстояние между ними  $1\text{км}$ , составим уравнение:

$$\frac{3}{4} \cdot (x+6) - 1 \cdot x = 1,$$

$$\frac{3}{4}x + \frac{18}{4} - 1x = 1,$$

$$-\frac{1}{4}x = 1 - \frac{18}{4},$$

$$-\frac{1}{4}x = -\frac{14}{4},$$

$$x = 14$$

Таким образом, скорость первого бегуна равна  $14\text{км/ч}$ .

Ответ:  $14\text{км/ч}$ .

**Задача № 324191.** Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 45 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 5,4км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 27мин. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 18мин? Ответ дайте в км/ч.

**Решение**

Гонщики	Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км
удаление	$5,4:0,3=18$	$18\text{мин}=0,3\text{ч}$	5,4
1	$x+18$	$\frac{243}{x+18}$	$5,4 \cdot 45 = 243$
2	$x$	$\frac{243}{x}$	243
удаление		$27\text{мин} = \frac{9}{20}$ ч	

- $5,4:0,3=18\text{км/ч}$  – скорость удаления гонщиков.
- Пусть скорость второго гонщика  $x$  км/ч, тогда с учетом найденной скорости удаления гонщиков  $18\text{км/ч}$  (*Скорость удаления = скорость 1 – скорость 2*), скорость второго гонщика будет равна  $(x+18)$  км/ч.
- Так как кольцевая трасса состоит из 45 кругов по 5,4км, то длина пути гонщиков равна  $5,4 \cdot 45 = 243\text{км}$ .

4. Время первого гонщика  $\frac{243}{x}$  ч, время второго  $\frac{243}{x+18}$  ч.

На финиш первый пришёл раньше второго на

$$27_{\text{мин}} = \frac{27}{60} \text{ ч} = \frac{9}{20} \text{ ч}.$$

Уравнение:

$$\frac{243}{x} - \frac{243}{x+18} = \frac{9}{20}$$

$$\frac{243(x+18) - 243x}{x(x+18)} = \frac{9}{20},$$

$$\frac{243x + 243 \cdot 18 - 243x}{x(x+18)} = \frac{9}{20},$$

$$\frac{4374}{x(x+18)} = \frac{9}{20},$$

$$4374 \cdot 20 = 9x(x+18),$$

$$87480 = 9x^2 + 162x,$$

$$9720 = x^2 + 18x,$$

$$x=90$$

Таким образом, средняя скорость второго гонщика  $90 \text{ км/ч}$ .

Ответ:  $90 \text{ км/ч}$ .

### ***б) Задачи на движение протяженных тел***

**Задача 6.** Поезд, двигаясь равномерно со скоростью  $65 \text{ км/ч}$ , проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью  $5 \text{ км/ч}$  пешехода за  $30 \text{ с}$ . Найдите длину поезда в метрах.

## Решение

	Скорость, км/ч	Время, с	Расстояние, км
поезд	65		
пешеход	5		
удаление	65-5	30	

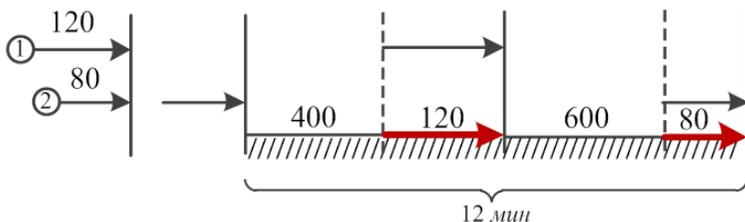
1.  $65 - 5 = 60 \text{ км/ч}$  – скорость удаления.

2.  $30 \text{ с} = \frac{30}{3600} \text{ ч} = \frac{1}{120} \text{ ч}$  – время движения поезда.

3.  $60 \cdot \frac{1}{120} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \text{ км} = 500 \text{ м}$  – длина поезда.

Ответ: 500м.

**Задача № 16.** По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120м, второй – длиной 80м. Сначала второй сухогруз отстает от первого и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго сухогруза составляет 400м. Через 12мин после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600м. На сколько км/ч скорость первого сухогруза меньше скорости второго?



	Скорость удаления, м/мин	Время удаления, мин	Расстояние удаления, м
1 и 2 сухогрузы		12	

1.  $400+120+600+80=1200\text{м}$  – расстояние между сухогрузами.

2.  $1200:12=100\text{м/мин}$  – скорость удаления.

$$3. 100\text{м/мин} = 100 \cdot \frac{0,001\text{км}}{\frac{1}{60}\text{ч}} = \frac{100 \cdot 0,001 \cdot 60\text{км}}{1\text{ч}} = 6 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \quad \text{на}$$

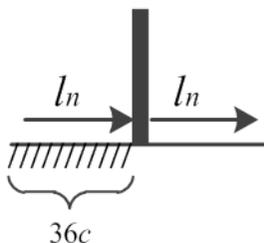
столько скорость первого сухогруза меньше скорости второго.

4. Ответ: на  $6\text{км/ч}$ .

**Задача №99608.** Поезд, двигаясь равномерно со скоростью  $80\text{км/ч}$ , проезжает мимо придорожного столба за  $36\text{с}$ . Найти длину поезда в метрах.

**Решение**

	Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км
поезд	80		



Расстояние, которое прошел поезд за  $36\text{с}$  равно длине поезда.

$$S = v \cdot t$$

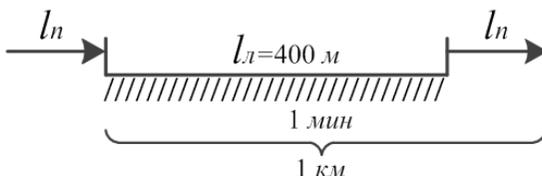
$$t = 36c = \frac{36}{3600} ч = \frac{1}{100} ч.$$

$$S = 80 км / ч \cdot \frac{1}{100} ч = 0,8 км = 800 м.$$

Ответ: 800 м.

**Задача №99609.** Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 400 м, за 1 мин. Найти длину поезда в метрах.

**Решение**



	Скорость, км/ч	Время, ч	Расстояние, км
поезд	60		

1.  $1 \text{ мин} = \frac{1}{60} ч$  – время движения поезда.

2.  $60 \cdot \frac{1}{60} = 1 км = 1000 м$  – расстояние, которое прошел поезд за 1 мин.

3.  $1000 - 400 = 600 м$  – длина поезда.

Ответ: 600 м.

### 7) Задачи на движение по реке

*Скорость по течению реки = собственная скорость транспорта + скорость течения реки;*

*Скорость против течения реки = собственная скорость транспорта - скорость течения реки.*

*Скорость реки = (скорость по течению реки - скорость против течения реки):2*

*Собственная скорость = (скорость по течению реки + скорость против течения реки):2*

**Задача 7.** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 280км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4км/ч, стоянка длится 15ч, а в пункт отправления теплоход возвращается через 39ч после отплытия из него.

	<b>Скорость, км/ч</b>	<b>Время, ч</b>	<b>Расстояние, км</b>
Теплоход в неподвижной воде	$x$		
река	4		
по течению	$(x + 4)$	$\frac{280}{x + 4}$	280
против течения	$(x - 4)$	$\frac{280}{x - 4}$	280

## Решение

1. Пусть  $x$  км/ч – скорость теплохода в неподвижной воде, тогда

$(x + 4)$  км/ч – скорость теплохода по течению,  $(x-4)$  км/ч – скорость теплохода против течения.

2. По течению теплоход движется  $\frac{280}{x+4}$  ч, а против течения

$\frac{280}{x-4}$  ч, весь путь занял

$39-15=24$ ч, составим уравнение:

$$\frac{280}{x+4} + \frac{280}{x-4} = 24,$$

$$\frac{280 \cdot (x-4) + 280 \cdot (x+4)}{(x+4)(x-4)} = 24,$$

$$280x - 1120 + 280x + 1120 = 24(x^2 - 16),$$

$$560x = 24x^2 - 384,$$

$$3x^2 - 70x - 48 = 0,$$

$$\left[ \begin{array}{l} x = -\frac{2}{3}, \\ x = 24 \end{array} \right.$$

Корень  $-\frac{2}{3}$  не подходит по условию задачи, так как

скорость не может быть отрицательным числом, следовательно, скорость теплохода равна 24 км/ч.

Ответ: 24 км/ч.

## §2. Задачи на работу

	Работа в единицу времени	Время	Вся работа
1			
2			

*работа* = *производительность* × *время*;

*Производительность* =  $\frac{\text{работа}}{\text{время}}$ ;

*время* =  $\frac{\text{работа}}{\text{производительность}}$ .

### 1. Задачи на совместную работу

Задачи на совместную работу в них работа выполняется одновременно (совместно) несколькими рабочими (трубами и т.д.).

При совместной работе задачи решаются через производительность (работа в единицу времени).

Производительность при совместной работе равна сумме производительности каждого из рабочих.

В некоторых задачах работа неизвестна, но она одинакова для всех работников. В этом случае её принимают за единицу.

**Задача 8.** Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8ч. Если первый оператор будет работать 3ч, а второй 12ч, то они выполнят только 75%

всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?

### Решение

	Производительность,	Время, ч	Вся работа
<b>1</b>	$\frac{1}{x}$	$x$	1
<b>2</b>	$\frac{1}{y}$	$y$	1

Пусть первый оператор может выполнить данную работу за  $x$  часов, а второй за  $y$  часов, всю выполненную работу примем за 1. За один час первый оператор выполняет  $\frac{1}{x}$  часть всей работы, а второй  $\frac{1}{y}$ . Составим систему

уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{3}{x} + \frac{12}{y} = \frac{3}{4}. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{4}. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{3}{y} = \frac{1}{8}. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ y = 24. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{24} = \frac{1}{8}, \\ y = 24; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{12}, \\ y = 24. \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{12}, \\ y = 24. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 12, \\ y = 24. \end{cases}$$

Значит, первый оператор может выполнить данную работу за 12ч, а второй за 24ч

Ответ: 12ч, 24ч.

## 2. Задачи на трубы и бассейны

	<b>Скорость воды, л/ч</b>	<b>Время, ч</b>	<b>Вся работа, л</b>
<b>1</b>			
<b>2</b>			

$$\text{Работа} = \text{скорость} \times \text{время};$$

$$\text{скорость} = \frac{\text{работа}}{\text{время}};$$

$$\text{время} = \frac{\text{работа}}{\text{скорость}}.$$

**Задача 9.** Первая труба пропускает на 2л. воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 130л. она заполняет на 4мин. быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 136л?

	<b>Скорость воды, л/мин</b>	<b>Время, мин</b>	<b>Вся работа, л</b>
<b>1</b>	$x-2$	$\frac{136}{x-2}$	136
<b>2</b>	$x$	$\frac{130}{x}$	130

Пусть вторая труба за 1мин пропускает  $x$  л воды, тогда первая труба  $(x - 2)$ л. Первая труба заполняет резервуар за  $\frac{136}{x-2}$  мин, а вторая – за  $\frac{130}{x}$  мин.

По условию задачи  $\frac{136}{x-2} \text{ мин} > \frac{130}{x} \text{ мин}$  на  $4 \text{ мин}$

Уравнение:

$$\frac{136}{x-2} - \frac{130}{x} = 4,$$

$$136 \cdot x - 130 \cdot (x-2) = 4x \cdot (x-2),$$

$$136x - 130x + 260 = 4x^2 - 8x,$$

$$4x^2 - 14x - 260 = 0,$$

$$2x^2 - 7x - 130 = 0,$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 8 \cdot 130}}{4} = \frac{7 \pm 33}{4}.$$

$$x=10, x=-6,5$$

$x = -6,5$  не удовлетворяет условию задачи, так как скорость воды во второй трубе не может быть отрицательной, тогда вторая труба пропускает за  $1 \text{ мин.}$   $10 \text{ л}$  воды.

Ответ:  $10 \text{ л}$

### **§3. Задачи на смеси, сплавы и процентное содержание влаги**

#### ***1. Задачи на смеси, сплавы***

Основные понятия:

Концентрация вещества  $n$ .

Масса чистого вещества  $M_g$  (или объём чистого вещества  $V_g$ ).

Масса сплава  $M$  (или объём смеси  $V$ ).

$$n = \frac{M_в}{M} \quad \text{или} \quad n = \frac{V_в}{V}$$

Решая задачу на смеси и сплавы, заполняем таблицу. Информация из таблицы помогает составить уравнение. Иногда в задаче достаточно условий, что уравнение можно составить, не заполняя «второе вещество», находящееся в растворе (сплаве).

Смесь (сплав)	объем (масса)	Первое вещество		Второе вещество	
		%	л (кг)	%	л (кг)
1					
2					

*Масса смеси × концентрацию = массе чистого вещества*

При решении задачи на смеси или сплавы применяем действия:

1. Нахождение процента от числа;
2. Нахождение числа по его процентам;
3. Нахождение процентного отношения чисел.

Концентрацию в процентах всегда выражаем в виде дроби.

**Задача 10.** При смешивании первого раствора кислоты, концентрация которого 20%, и второго раствора этой же кислоты, концентрация которого 50%, получился раствор, содержащий 30% кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?

Раствор	Объем, л	Кислота		Вода	
		Концентрация, %	Объем, л	Концентрация, %	Объем, л
1	x	20	0,2x		
2	y	50	0,5y		
3	x+y	30	0,3(x+y) 0,2x+0,5y		

Пусть объём первого раствора  $x$  л, а второго  $y$  л. Тогда кислоты в первом растворе  $0,2x$  л, а во втором  $0,5y$  л. Объём третьего раствора составляет  $(x+y)$  л. В третьем растворе кислоты будет  $0,3(x+y)$  или  $0,2x+0,5y$  л.

Уравнение:

$$0,3(x+y) = 0,2x+0,5y$$

$$0,3x+0,3y = 0,2x+0,5y$$

$$0,3x-0,2x = 0,5y - 0,3y$$

$$0,1x = 0,2y$$

$$x = 2y$$

$$\frac{x}{y} = 2$$

$$\frac{x}{y} = 2:1$$

Ответ: 2:1.

**Задача 11.** Имеется два сплава меди и свинца. Один сплав содержит 15% меди, а другой 65% меди. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 200г сплава, содержащего 30% меди?

## Решение

Сплав	Масса, г	Медь		Свинец	
		%	г	%	г
1	$x$	15%	$0,15x$		
2	$200-x$	65%	$0,65(200-x)$		
3	200	30%	$0,15x+0,65(200-x)$ или $0,3 \cdot 200$		

Пусть масса первого сплава  $x$  г, тогда масса второго сплава  $(200-x)$  г. Меди в первом сплаве  $0,15x$  г, во втором сплаве  $0,65(200-x)$  г. Тогда в третьем сплаве меди  $0,15x+0,65(200-x)$  г или  $0,3 \cdot 200$  г.

$0,3 \cdot 200=60$  г. Составим уравнение:

$$0,15x + 0,65 \cdot (200 - x) = 60,$$

$$0,15x + 130 - 0,65x = 60,$$

$$-0,5x = -130 + 60,$$

$$-0,5x = -70,$$

$$x = 140.$$

Таким образом, масса первого сплава 140 г, масса второго сплава  $200-140=60$  г.

Ответ: 140 г, 60 г

## 2. Задачи на процентное содержание влаги

При решении задач следует определить ту величину, которая не меняется при высыхании (при уменьшении влажности). Заполняя таблицу, задачу можно решить по действиям. Если в задаче недостаточно данных, то решают с помощью уравнения. Неизменной в данных процессах остается масса сухого вещества, то есть продукта, в котором полностью отсутствует вода (мякоти). Эту величину часто обозначают за  $x$ .

**Задача 12.** Свежие продукты содержат 72% воды, а сухие – 20% воды. Сколько сухих фруктов получится из 20кг свежих?

Продукты	Масса, кг	Мякоть		Вода	
		%	кг	%	кг
Свежие	20	28	5,6	72	14,4
Сухие		80	5,6	20	

- $0,72 \cdot 20 = 14,4 \text{ кг}$  – воды в свежих фруктах.
- $20 - 14,4 = 5,6 \text{ кг}$  – мякоти в свежих фруктах, столько же и в сухих.
- $5,6 \text{ кг}$  или 80% всех сухих фруктов.  
 $5,6 : 80 \cdot 100 = \frac{5,6 \cdot 100}{80} = 7 \text{ кг}$  – сухих фруктов.

Ответ: 7кг.

**Задание 11 (№ 109109).** Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько кг винограда потребуется для

получения 36кг изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

### Решение

Продукты	Масса, кг	Мякоть		Вода	
		%	кг	%	кг
Виноград		10	34,2	90	
Изюм	36		34,2	5	1,8

1.  $100\% - 90\% = 10\%$  - мякоти в винограде.
  2.  $5\% = 0,05$  массы изюма.  
 $36 \cdot 0,05 = 1,8\text{кг}$  - масса воды в изюме.
  3.  $36 - 1,8 + 34,2\text{кг}$  – масса мякоти в изюме, столько же и в винограде.
  4. 34,2 кг или 10% всего винограда  
 $34,2 : 0,1 = 342\text{кг}$  – всего винограда.
- Ответ: 342 кг.

### §4. Пример задания на экзамене:

**1. Задача.** Байдарка в 10:00 вышла из пункта *A* в пункт *B*, расположенный в 15км от *A*. Пробыв в пункте *B* 1ч. 20мин, байдарка отправилась назад и вернулась в пункт *A* в 18:00 того же дня. Определите в км/ч собственную скорость байдарки, если известно, что скорость течения реки равна 3км/ч.

## Решение

1. Пусть собственная скорость байдарки равна  $x$  км/ч. Тогда время (в часах) её движения по течению реки равно  $\frac{15}{x+3}$ , а

время её движения против течения реки равно  $\frac{15}{x-3}$ .

2.  $18-10=8ч$  – всё время, затраченное на поездку.

3.  $1ч20мин.= 1ч20мин = 1\frac{1}{3}ч$  - байдарка была в пункте.

4. Составим уравнение:

$$\frac{15}{x+3} + \frac{15}{x-3} + 1\frac{1}{3} = 8,$$

$$\frac{15}{x+3} + \frac{15}{x-3} = 8 - 1\frac{1}{3},$$

$$\frac{15}{x+3} + \frac{15}{x-3} = 6\frac{2}{3},$$

$$\frac{15}{x+3} + \frac{15}{x-3} = \frac{20}{3}.$$

Поделим обе части уравнения на 5, получим:

$$\frac{3}{x-3} + \frac{3}{x-3} = \frac{4}{3}.$$

Умножив обе части последнего уравнения на  $3(x+3)(x-3) \neq 0$ , приходим к уравнению:  $18x = 4(x^2 - 9)$ ,

$$4x^2 - 18x - 36 = 0,$$

$$2x^2 - 9x - 18 = 0,$$

$x_1 = -1,5$  и  $x_2 = 6$ . Оба значения  $x$  удовлетворяют условию  $3(x+3)(x-3) \neq 0$ , но по условию задачи  $x = -1$  (собственная скорость байдарки) не подходит, значит собственная скорость байдарки равна  $6$  км/ч.

Ответ:  $6\text{ км/ч}$ .

## ***2. Краткий анализ выполнения аналогичного задания по результатам 2015 года***

С задачей справились менее трети выпускников. Наибольшие трудности – в составлении уравнения по условию задачи и его решению; неумении записывать время, данное в часах и минутах, в виде обыкновенной дроби; неумении решать дробно-рациональное уравнение, неумении оптимизировать вычислительные сложности при решении уравнения, деля обе части уравнения на общий множитель его коэффициентов или избавляться от дробей. Высокий процент тех, кто даже не приступил к решению.

### **§5. Прототипы задания 22**

**(№ 324505)** Три бригады изготовили вместе 173 детали. Известно, что вторая бригада изготовила деталей в 3 раза больше, чем первая и на 12 деталей меньше, чем третья. На сколько деталей больше изготовила третья бригада, чем первая?

**(№ 324506)** Свежие фрукты содержат 80% воды, а высушенные – 4%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 2 кг высушенных фруктов?

**(№ 324507)** Свежие фрукты содержат 72% воды, а высушенные – 20%. Сколько сухих фруктов получится из 100 кг свежих фруктов?

**(№ 324508)** Имеются два сосуда, содержащие 20 и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 41% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 43% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

**(№ 324509)** Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 3,5 км от места отправления. Один идет со скоростью 2,7 км/ч, а другой – со скоростью 3,6 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдет их встреча?

**(№ 324510)** Дорога между пунктами  $A$  и  $B$  состоит из подъема и спуска, а её длина равна 19 км. Турист прошёл путь из  $A$  в  $B$  за 5 ч, из которых спуск занял 4 ч. С какой скоростью турист шёл на спуске, если его скорость на подъёме меньше его скорости на спуске на 1 км/ч?

**(№ 324511)** Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправляются два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на  $6\text{мин}$ , а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет  $162\text{км}$ , скорость первого велосипедиста равна  $15\text{км/ч}$ , скорость второго —  $30\text{км/ч}$ . Определите расстояние от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи?

**(№ 324512)** Два автомобиля отправляются в  $340\text{км}$  пробег. Первый едет со скоростью на  $17\text{км/ч}$  большей, чем второй, и прибывает к финишу на  $1\text{ч}$  раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля?

**(№ 324513)** Из  $A$  в  $B$  одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобилиста на  $11\text{км/ч}$ , а вторую половину пути проехал со скоростью  $66\text{км/ч}$ , в результате чего прибыл в  $B$  одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше  $40\text{км/ч}$ ?

**(№ 324514)** Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города  $A$  в город  $B$ , расстояние между которыми равно  $60\text{км}$ . Отдохнув, он отправился обратно в  $A$ , увеличив скорость на  $10\text{км/ч}$ . По пути он сделал остановку на  $3\text{ч}$ , в результате чего затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из  $A$  в  $B$ . Найдите скорость велосипедиста на пути из  $A$  в  $B$ ?

**(№ 324515)** Два велосипедиста одновременно отправляются в  $60\text{км}$  пробег. Первый едет со скоростью на  $10\text{км/ч}$  большей, чем второй, и прибывает к финишу на  $3\text{ч}$  раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым?

**(№ 324516)** Моторная лодка прошла против течения реки  $77\text{км}$  и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на  $2\text{ч}$ . меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна  $4\text{км/ч}$ ?

**(№ 324517)** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения  $165\text{км}$  и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна  $4\text{км/ч}$ , стоянка длится

5ч, а в пункт отправления теплоход возвращается через 18ч после отплытия из него?

(№ 324518) От пристани  $A$  к пристани  $B$ , расстояние между которым равно 70км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1ч после этого следом за ним со скоростью на 8км/ч большей, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт  $B$  оба теплохода прибыли одновременно?

(№ 324519) Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и заканчивает работу над заказом, состоящим из 60 деталей, на 3ч 3 раньше, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

(№ 324520) Первая труба пропускает на 10л воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 60л она заполняет на 3мин раньше, чем вторая труба?

(№ 324521) Из городов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в  $B$  на 2ч раньше, чем велосипедист приехал в  $A$ , а встретились они через 45мин после выезда. Сколько часов затратил на путь из  $B$  в  $A$  велосипедист?

(№ 324522) Расстояние между городами  $A$  и  $B$  равно  $80\text{км}$ . Из города  $A$  в город  $B$  выехал автомобиль, а через  $20\text{мин}$  следом за ним со скоростью  $90\text{км/ч}$  выехал мотоциклист. Мотоциклист догнал автомобиль в городе  $C$  и повернул обратно. Когда он проехал половину пути из  $C$  в  $A$ , автомобиль прибыл в  $B$ . Найдите расстояние от  $A$  до  $C$ ?

(№ 324523) Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью  $12\text{км/ч}$ . Через час после него со скоростью  $10\text{км/ч}$  из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через  $1\text{ч}$  – третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через  $2\text{ч}$  после этого догнал первого?

(№ 324524) Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя  $1\text{ч}$ , когда одному из них оставалось  $1\text{км}$  до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун прошёл первый круг  $5\text{мин}$  назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на  $2\text{км/ч}$  меньше скорости второго?

(№ 324525) Расстояние между пристанями  $A$  и  $B$  равно  $60\text{км}$ . Из  $A$  в  $B$  по течению реки отправился плот, а через  $1\text{ч}$  вслед за ним отправилась моторная лодка, которая, прибыв

в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошёл 36км. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4км/ч?

(№ 324526) Баржа проплыла по течению реки 60км и, повернув обратно, проплыла ещё 20км, затратив на весь путь 7ч. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения равна 1 км/ч?

(№ 324527) Игорь и Паша красят забор за 3ч. Паша и Володя красят этот же забор за 6ч, а Володя и Игорь – за 4ч. За какое время мальчики покрасят забор, работая втроем?

(№ 324528) Смешали некоторое количество 11%-го раствора некоторого вещества с таким же количеством 21%-го раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

(№ 324529) Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 56км/ч, а вторую – со скоростью 84км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути?

(№ 324530) Первые 2ч автомобиль ехал со скоростью 55км/ч, следующий час – со скоростью 70км/ч, а последние

3ч – со скоростью  $90\text{км/ч}$ . Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути?

(№ 324531) Первые  $100\text{км}$  автомобиль ехал со скоростью  $50\text{км/ч}$ , следующие  $240\text{км}$  – со скоростью  $60\text{км/ч}$ , а последние  $200\text{км}$  – со скоростью  $100\text{км/ч}$ . Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути?

(№ 324532) Поезд, двигаясь равномерно со скоростью  $60\text{км/ч}$ , проезжает мимо придорожного столба за  $30\text{с}$ . Найдите длину поезда в метрах?

(№ 324533) Поезд, двигаясь равномерно со скоростью  $54\text{км/ч}$ , проезжает мимо идущего параллельно путям со скоростью  $6\text{км/ч}$  навстречу ему пешехода за  $30\text{с}$ . Найдите длину поезда в метрах.

(№ 324534) Поезд, двигаясь равномерно со скоростью  $65\text{км/ч}$ , проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью  $5\text{км/ч}$  пешехода за  $30\text{с}$ . Найдите длину поезда в метрах?

(№ 324535) По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно  $70\text{км/ч}$  и  $30\text{км/ч}$ . Длина товарного поезда равна  $1400\text{м}$ .

Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошёл мимо товарного поезда, равно  $3 \text{ мин}$ .

## Литература

1. Корянов А.Г., Надежкина Н.В. Задания В13. Текстовые задачи. 17.11.2013. [www.alexlarin.net](http://www.alexlarin.net) , Математика ЕГЭ 2014 (система задач из открытого банка заданий).
2. Шестаков С.А., Яценко И.В. часть\_2\_ЕГЭ по математике 2014.
3. Яценко И.В. и др. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2016 году. Профильный уровень. Методические указания / И.В. Яценко, С.А. Шестаков, А.С. Трепалин. – М.: МЦНМО, 2016. - 204с.
4. <http://alexlarin.net> Математика ОГЭ 2018.
5. <https://sdamgia.ru> Математика ОГЭ 2018.
6. <http://www.fipi.ru> Математика ОГЭ 2018.