Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ
10 класс
3 февраля 2026 года
Вариант МА2500109
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО________________________________ класс ______

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

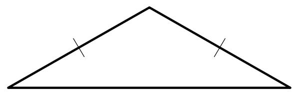
Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

1 Больший угол равнобедренного треугольника равен 108°. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.

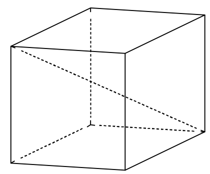


Ответ: ___________________.

2 Найдите длину вектора $\vec{a}(-24;10)$.

Ответ: ___________________.

3 Диагональ куба равна 13. Найдите площадь его поверхности.



Ответ: ___________________.

4 В сборнике билетов по биологии всего 15 билетов, в 9 из них встречается вопрос по разделу «Ботаника». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по разделу «Ботаника».

Ответ: ___________________.

5 В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,2 независимо от других продавцов. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно.

Ответ: ___________________.

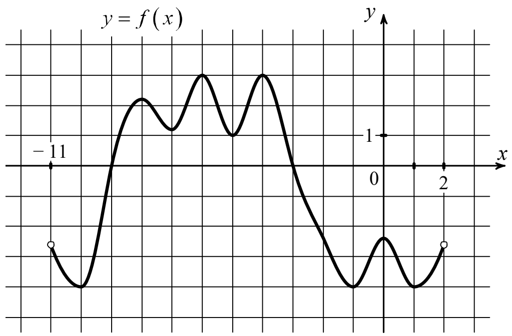
6 Найдите корень уравнения $\frac{1}{2x+7}=\frac{1}{8}$.

Ответ: ___________________________.

7 Найдите значение выражения $\left(\sqrt{2\frac{2}{3}}-\sqrt{16\frac{2}{3}}\right):\sqrt{\frac{2}{27}}$.

Ответ: ___________________________.

8 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-11;2)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$.



Ответ: ___________________________.

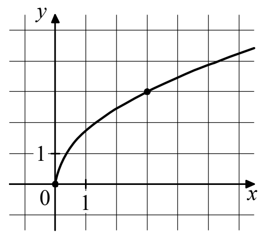
9 Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H=\frac{v_0^2}{4g}(1-\cos 2\alpha)$, где $v_0=22$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте, что $g=10$ м/с^2). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 5,05 м на расстоянии 1 м?

Ответ: ___________________________.

10 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 240 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 16 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: ___________________________.

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=k\sqrt{x}$. Найдите значение $f(48)$.



Ответ: ___________________________.

12 Найдите наименьшее значение функции $y=3\cos x-17x+3$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2};0\right]$.

Ответ: ___________________________.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\sin 2x = \sqrt{3}\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14 В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона AB основания равна 40, а боковое ребро AA_1 равно $20\sqrt{2}$. На рёбрах BC и C_1D_1 отмечены точки K и L соответственно, причём $BK = C_1L = 10$. Плоскость γ параллельна прямой BD и содержит точки K и L.

а) Докажите, что прямая A_1C перпендикулярна плоскости γ.

б) Найдите расстояние от точки B до плоскости γ.

15 Решите неравенство $\frac{(x+2)^2-4}{x+4}+\frac{25}{x+2} \le 8$.

16 В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита на 520 200 рублей больше суммы, взятой в кредит?

17 В трапеции $ABCD$ точка E — середина боковой стороны CD. На стороне AB взяли точку K так, что прямые KC и AE параллельны. Отрезки KC и BE пе ересекаются в точке O.

а) Докажите, что $CO = KO$.

б) Найдите длину основания BC, если $AD = 20$, а площадь треугольника BCK составляет $\frac{9}{64}$ площади трапеции $ABCD$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|3x^2-8x-3\right| = a-3x^2-13x$$

либо не имеет решений, либо имеет единственное решение.

19 На доске написано n единиц подряд. Между некоторыми из них расставляют знаки «+» и считают получившуюся сумму. Например, если было написано 10 единиц, то можно получить сумму 136: $1+1+111+11+11+1=136$.

а) Можно ли получить сумму 116, если $n = 53$?

б) Можно ли получить сумму 117, если $n = 53$?

в) Какую наибольшую четырёхзначную сумму можно получить, если $n = 53$?

math100.ru

Ответы на тренировочные варианты 2500109-2500110 (профильный уровень) от 03.02.2026

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2500109	36	26	338	0,6	0,008	0,5	- 9	9	30	4	12	6
2500110	16	13	242	0,2	0,343	3,25	- 5	8	45	5	8	16

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

13 а) Решите уравнение $\sin 2x = \sqrt{3}\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

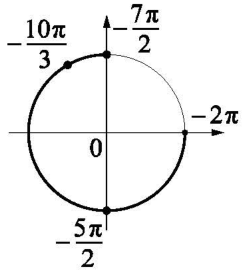
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде

$$2\sin x\cdot\cos x-\sqrt{3}\cos x=0;\quad \cos x\left(2\sin x-\sqrt{3}\right)=0.$$

Получаем $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ или $\cos x=0$, откуда находим $x=\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $x=\frac{2\pi}{3}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $x=\frac{\pi}{2}+\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью тригонометрической окружности отберём корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.



Получаем числа $-\frac{7\pi}{2}$, $-\frac{10\pi}{3}$, $-\frac{5\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{2\pi}{3}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{2}+\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{2}$, $-\frac{10\pi}{3}$, $-\frac{5\pi}{2}$.

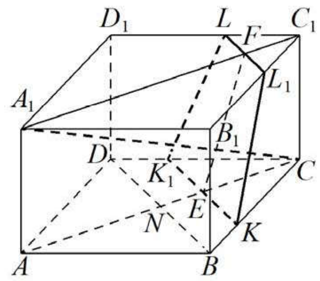
Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*. ИЛИ Получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

14 В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона AB основания равна 40, а боковое ребро AA_1 равно $20\sqrt{2}$. На рёбрах BC и C_1D_1 отмечены точки K и L соответственно, причём $BK=C_1L=10$. Плоскость γ параллельна прямой BD и содержит точки K и L.

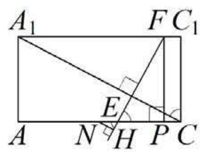
а) Докажите, что прямая A_1C перпендикулярна плоскости γ.

б) Найдите расстояние от точки B до плоскости γ.

Решение.



а) Проведём через точки K и L прямые, параллельные BD. Пусть эти прямые пересекают рёбра CD и B_1C_1 в точках K_1 и L_1 соответственно. Тогда трапеция KL_1LK_1 является сечением исходной призмы плоскостью γ. Рассмотрим плоскость ACC_1. Пусть эта плоскость пересекает прямые KK_1 и LL_1 в точках E и F соответственно. Четырёхугольник AA_1C_1C — прямоугольник, причём $AA_1=20\sqrt{2}$, $AC=40\sqrt{2}$.



Кроме того, $\frac{AC}{EC}=\frac{2BC}{KC}=\frac{8}{3}$, $\frac{A_1C_1}{FC_1}=\frac{2D_1C_1}{LC_1}=8$, откуда $EC=15\sqrt{2}$, $C_1F=5\sqrt{2}$. Пусть FP — высота трапеции EFC_1C, тогда $EP=EC-C_1F=10\sqrt{2}$.

Поскольку $\operatorname{tg}\angle CEF=\frac{FP}{EP}=2=\frac{A_1C_1}{CC_1}=\operatorname{tg}\angle A_1CC_1$,

$$\angle CEF=\angle A_1CC_1=90^\circ-\angle A_1CA,$$

то есть прямые EF и A_1C перпендикулярны.

Прямая KK_1 параллельна прямой BD, которая перпендикулярна плоскости AA_1C. Значит, прямые KK_1 и EF перпендикулярны прямой A_1C, поэтому прямая A_1C перпендикулярна плоскости γ.

б) Пусть N — точка пересечения прямых AC и BD. Поскольку прямая BD параллельна плоскости γ, расстояние от точки B до плоскости γ равно расстоянию от точки N до прямой EF. Опустим из точки N перпендикуляр NH на прямую EF. Тогда

$$NH=NE\cdot\sin\angle NEH=\left(\frac{AC}{2}-EC\right)\cdot\sin\angle CEF=5\sqrt{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}=2\sqrt{10}.$$

Ответ: б) $2\sqrt{10}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

15 Решите неравенство $\frac{(x+2)^2-4}{x+4}+\frac{25}{x+2}\le 8$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство к виду

$$\frac{(x+2)^2-4}{x+4}+\frac{25}{x+2}\le 8,\quad \frac{x^2+4x}{x+4}+\frac{25}{x+2}\le 8,\quad x+\frac{25}{x+2}\le 8 \text{ и } x+4\ne 0,$$

$$\frac{x^2+2x+25}{x+2}-8\le 0,\quad \frac{x^2-6x+9}{x+2}\le 0,\quad \frac{(x-3)^2}{x+2}\le 0.$$

Учитывая, что $x\ne -4$, получаем все решения неравенства: $x<-4$, $-4<x<-2$, $x=3$.

Ответ: $(-\infty;-4)$; $(-4;-2)$; 3.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 3. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

16 В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 30 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма платежей после полного погашения кредита на 520 200 рублей больше суммы, взятой в кредит?

Решение.

Пусть сумма кредита составляет S рублей, а ежегодные платежи — X рублей. По условию долг перед банком (в рублях) по состоянию на июль должен уменьшаться следующим образом:

$$S;\ 1{,}3S-X;\ (1{,}3)^2S-1{,}3X-X;\ (1{,}3)^3S-(1{,}3)^2X-1{,}3X-X=0,$$

откуда находим

$$X=\frac{(1{,}3)^3}{1{,}3^2+1{,}3+1}\cdot S=\frac{2197}{3990}\cdot S;\quad 3X-S=\frac{2601}{3990}\cdot S=520\,200.$$

Получаем $S=798\,000$ (рублей).

Ответ: 798 000.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

17 В трапеции $ABCD$ точка E — середина боковой стороны CD. На стороне AB взяли точку K так, что прямые KC и AE параллельны. Отрезки KC и BE пересекаются в точке O.

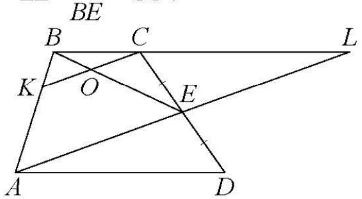
а) Докажите, что $CO = KO$.

б) Найдите длину основания BC, если $AD = 20$, а площадь треугольника BCK составляет $\frac{9}{64}$ площади трапеции $ABCD$.

Решение.

а) Пусть прямые BC и AE пересекаются в точке L. Тогда треугольники AED и LEC равны, поскольку $DE = CE$, $\angle AED = \angle LEC$, $\angle ADE = \angle LCE$. Значит, BE — медиана треугольника ABL. Треугольники ABE и KBO подобны с коэффициентом подобия $\frac{BE}{BO}$. Треугольники LBE и CBO также подобны с коэффициентом подобия $\frac{BE}{BO}$.

Значит, $KO = AE \cdot \frac{BO}{BE} = LE \cdot \frac{BO}{BE} = CO$.



б) Треугольники AED и LEC равны, поэтому площадь трапеции $ABCD$ равна площади треугольника ABL. Треугольники KBC и ABL подобны. Значит, отношение их площадей равно квадрату коэффициента подобия, то есть коэффициент подобия равен $\frac{3}{8}$. Получаем:

$$\frac{BC}{BL} = \frac{3}{8};\ \frac{BC + CL}{BC} = \frac{8}{3};\ \frac{CL}{BC} = \frac{5}{3};\ BC = \frac{3}{5}AD = 12.$$

Ответ: б) 12.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*. ИЛИ Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*. ИЛИ При обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\left|3x^2 - 8x - 3\right| = a - 3x^2 - 13x$$

либо не имеет решений, либо имеет единственное решение.

Решение.

Рассмотрим функцию

$$f(x) = 3x^2 + 13x + \left|3x^2 - 8x - 3\right|.$$

При $3x^2 - 8x - 3 \geq 0$:

$$x \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup [3; +\infty) \text{ и } f(x) = 6\left(x + \frac{5}{12}\right)^2 - \frac{97}{24}.$$

При $3x^2 - 8x - 3 < 0$:

$$x \in \left(-\frac{1}{3}; 3\right) \text{ и } f(x) = 21x + 3.$$

Функция $y = 21x + 3$ возрастает на интервале $\left(-\frac{1}{3}; 3\right)$.

Функция $y = 6\left(x + \frac{5}{12}\right)^2 - \frac{97}{24}$ убывает при $x < -\frac{5}{12}$ и возрастает при $-\frac{5}{12} < x \leq -\frac{1}{3}$ и $x \geq 3$. Наименьшее значение этой функции равно $-\frac{97}{24}$ и достигается при $x = -\frac{5}{12}$.

Значит, уравнение $f(x) = a$ не имеет решений при $a < -\frac{97}{24}$, имеет единственное решение при $a = -\frac{97}{24}$ и имеет два решения при $a > -\frac{97}{24}$.

Условие выполняется при $a \le -\frac{97}{24}$.

Ответ: $a \le -\frac{97}{24}$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений *a*, отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получена граничная точка искомого множества значения *a*	2
Задача сведена к исследованию: — или свойств функции (график); — или двух уравнений с параметром	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

19 На доске написано n единиц подряд. Между некоторыми из них расставляют знаки «+» и считают получившуюся сумму. Например, если было написано 10 единиц, то можно получить сумму 136: $1+1+111+11+11+1=136$.
а) Можно ли получить сумму 116, если $n=53$?
б) Можно ли получить сумму 117, если $n=53$?
в) Какую наибольшую четырёхзначную сумму можно получить, если $n=53$?

Решение.
а) Пусть плюсы расставлены так, что суммируется семь чисел 11 и 39 единиц. Тогда сумма равна $7\cdot 11+39\cdot 1=116$.
б) Пусть в полученной сумме в разряде единиц в слагаемых стоит a_1 единиц, в разряде десятков — a_2 единиц, в разряде сотен — a_3 единиц и так далее. Тогда полученная сумма равна

$$a_1+10a_2+100a_3+\ldots=3\left(3a_2+33a_3+\ldots\right)+\left(a_1+a_2+a_3+\ldots\right)=3A+53.$$

Таким образом, полученная сумма не делится на 3, а 117 делится на 3. Значит, невозможно получить сумму 117 при $n=53$.
в) Если среди слагаемых в сумме присутствуют числа, бóльшие 1111, то сумма будет больше 10 000. Значит, каждое из слагаемых равно 1, 11, 111 или 1111. Пусть таких слагаемых a, b, c и d соответственно. Тогда $n=a+2b+3c+4d=53$, а сумма равна $a+11b+111c+1111d$.
При $d\ge 9$ сумма больше 10 000. Найдём наибольшую возможную сумму при $d\le 8$. Заметим, что при замене четвёрки чисел $(a;b;c;d)$ на четвёрку $(a-2;b+1;c;d)$, $(a+1;b-2;c+1;d)$ или $(a;b+1;c-2;d+1)$ количество единиц останется неизменным, а сумма увеличится. Значит, если бы

наибольшая сумма достигалась при $d\le 7$, то выполнялись бы неравенства $0\le a\le 1$, $0\le b\le 1$, $0\le c\le 1$. Следовательно, $n=a+2b+3c+4d\le 34$, что противоречит условию.
Таким образом, наибольшая сумма достигается при $d=8$. При этом $0\le a\le 1$ и $0\le b\le 1$. Поскольку $c=\frac{53-4d-2b-a}{3}=\frac{21-2b-a}{3}$, получаем $6\le c\le 7$, то есть либо $c=6$; $a+2b=3$, откуда $a=b=1$, либо $c=7$; $a+2b=0$, откуда $a=b=0$. В первом случае $a+11b+111c=678$, а во втором $a+11b+111c=777$.
Следовательно, наибольшая сумма достигается при $a=b=0$, $c=7$ и $d=8$ и равна $0+0\cdot 11+7\cdot 111+8\cdot 1111=9665$.
Ответ: а) да; б) нет; в) 9665.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б*. ИЛИ Обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*