

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 68

Инструкция по выполнению работы

На выполнение заданий варианта КИМ по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 21 задание.

Часть 1 содержит 10 заданий (задания В1–В10) базового уровня сложности, проверяющих наличие практических математических знаний и умений.

Часть 2 содержит 11 заданий (задания В11–В15 и С1–С6) базового, повышенного и высокого уровней по материалу курса математики средней школы, проверяющих уровень профильной математической подготовки.

Ответом к каждому из заданий В1–В15 является целое число или конечная десятичная дробь. При выполнении заданий С1–С6 требуется записать полное решение и ответ.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручки.

При выполнении заданий Вы можете пользоваться черновиком. Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, как они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответом к заданиям этой части (В1–В10) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В1. На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?

В2. Клиент взял в банке кредит 12000 рублей на год под 16%. Он должен погашать кредит, внося в банк ежемесячно одинаковую сумму денег, с тем чтобы через год выплатить всю сумму, взятую в кредит, вместе с процентами. Сколько рублей он должен вносить в банк ежемесячно?

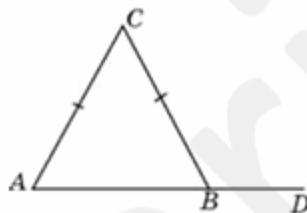
В3. На рисунке жирными точками показана среднемесячная температура воздуха в Сочи за каждый месяц 1920 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку наименьшую среднемесячную температуру в период с мая по декабрь 1920 года. Ответ дайте в градусах Цельсия.



В4. В таблице даны тарифы на услуги трёх фирм такси. Предполагается поездка длительностью 70 минут. Нужно выбрать фирму, в которой заказ будет стоить дешевле всего. Сколько рублей будет стоить этот заказ?

Фирма такси	Подача машины	Продолжительность и стоимость минимальной поездки	Стоимость 1 минуты сверх продолжительности поездки
А	350 руб.	Нет	13 руб.
Б	Бесплатно	20 мин. — 300 руб.	19 руб.
В	180 руб.	10 мин. — 150 руб.	15 руб.

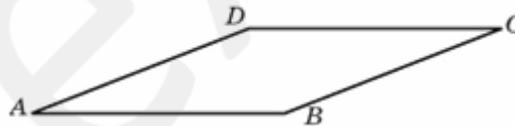
В5. В треугольнике ABC $AC = BC$. Внешний угол при вершине B равен 122° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



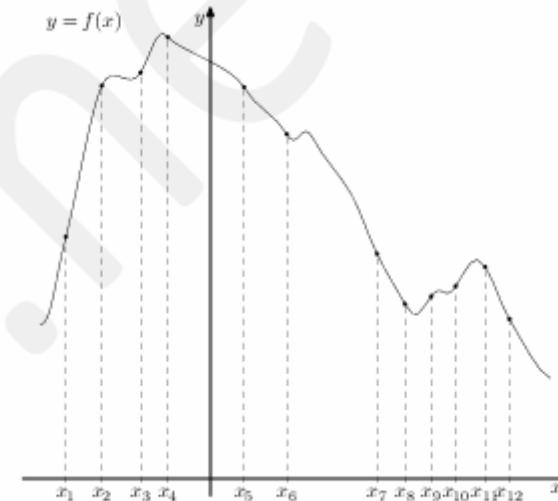
В6. В классе 26 человек, среди них два близнеца — Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.

В7. Найдите корень уравнения $\sqrt{6+5x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

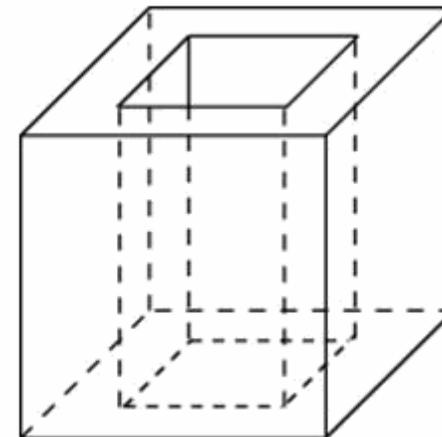
В8. Площадь ромба равна 18. Одна из его диагоналей равна 12. Найдите другую диагональ.



В9. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и двенадцать точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{12}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



В10. Из единичного куба вырезана правильная четырехугольная призма со стороной основания 0,5 и боковым ребром 1. Найдите площадь поверхности оставшейся части куба.



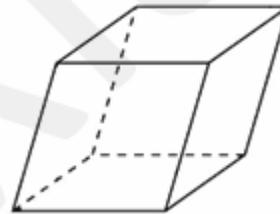
Часть 2

Ответом к заданиям этой части (B11–B15) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

B11. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}}$ при $m > 0$.

B12. Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвёртой степени температуры: $P = \sigma ST^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ – постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{16} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P не менее $9,12 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

B13. Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 1 и острым углом 60° . Одно из ребер параллелепипеда составляет с плоскостью этой грани угол 60° и равно 2. Найдите объем параллелепипеда.



B14. Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 20 км/ч . Обрато он летел на спортивном самолете со скоростью 480 км/ч . Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч .

B15. Найдите точку максимума функции $y = (x + 6)^2 e^{4-x}$.

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1. а) Решите уравнение $\frac{2(\cos x + \sin x) + 1 - \cos 2x}{2(1 + \sin x)} = \sqrt{3} + \sin x$

б) Найдите все корни на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

C2. В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами 7, 8, 9. Боковые ребра пирамиды наклонены к плоскости основания под углом 60 градусов. Найдите высоту пирамиды.

C3. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} 98 - 7^{x^2+5x-48} \geq 49^{x^2+5x-49} \\ \log_{9x^2-6x+1} \left(\frac{1}{9x^2-18x+8} \right) < -1 \end{cases}$$

C4. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CD. Радиусы окружностей, вписанных в треугольники ACD и BCD, равны 0,6 и 0,8.

- а) Докажите подобие треугольников ACD и BCD, ACD и ABC
б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC

C5. Найти все пары действительных чисел a и b , при которых уравнение

$$(3x - a^2 + ab - b^2)^2 + (2x^2 - a^2 - ab)^2 + x^2 + 9 = 6x$$

имеет хотя бы одно решение x .

C6. Имеется семь стаканов с водой: первый стакан заполнен водой наполовину, второй – на треть, третий – на четверть, четвертый – на одну пятую, пятый – на одну восьмую, шестой – на одну девятую, и седьмой – на одну десятую. Разрешается переливать всю воду из одного стакана в другой или переливать воду из одного стакана в другой до тех пор, пока он не заполнится доверху. Может ли после нескольких переливаний какой-нибудь стакан оказаться заполненным

- а) на одну двенадцатую;
б) на одну шестую?