

## Прототипы задания 25

1. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 5 и 20,  $BD = 10$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $ADB$  подобны.
2. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  углы  $BCA$  и  $BDA$  равны. Докажите, что углы  $ABD$  и  $ACD$  также равны.
3. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит её на две равные по площади части.
4. На средней линии трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  выбрали произвольную точку  $E$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BEC$  и  $AED$  равна половине площади трапеции.
5. Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AB$  и  $CD$  четырёхугольника пересекаются в точке  $M$ . Докажите, что треугольники  $MBC$  и  $MDA$  подобны.
6. Внутри параллелограмма  $ABCD$  выбрали произвольную точку  $E$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BEC$  и  $AED$  равна половине площади параллелограмма.
7. Точка  $E$  — середина боковой стороны  $AB$  трапеции  $ABCD$ . Докажите, что площадь треугольника  $ECD$  равна половине площади трапеции.
8. Высоты  $AA_1$  и  $BB_1$  остроугольного треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $E$ . Докажите, что углы  $AA_1E$  и  $ABB_1$  равны.
9. Биссектрисы углов  $A$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$  стороны  $BC$ . Докажите, что  $E$  — середина  $BC$ .
10. В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что площади треугольников  $AOB$  и  $COD$  равны.
11. В треугольнике  $ABC$  с тупым углом  $ACB$  проведены высоты  $AA_1$  и  $BB_1$ . Докажите, что треугольники  $A_1CB_1$  и  $ACB$  подобны.
12. Через точку  $O$  пересечения диагоналей параллелограмма  $ABCD$  проведена прямая, пересекающая стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $P$  и  $T$  соответственно. Докажите, что  $BP = DT$ .
13. Биссектрисы углов  $B$  и  $C$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ , лежащей на стороне  $AD$ . Докажите, что точка  $O$  равноудалена от прямых  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$ .
14. Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , причём точки  $I$  и  $J$  лежат по одну сторону от прямой  $AB$ . Докажите, что  $AB \perp IJ$ .

15. Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  не имеют общих точек. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении  $m:n$ . Докажите, что диаметры этих окружностей относятся также  $m:n$ .
16. Докажите, что медиана треугольника делит его на два треугольника, площади которых равны между собой.